



Dạng 1: Phương trình và bất phương trình

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x)$

b) $3 - 4x(25 - 2x) = 8x^2 + x - 300$

c) $\frac{5x+2}{6} - \frac{8x-1}{3} = \frac{4x+2}{5} - 5$

d) $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = 2x + \frac{5}{3}$

e) $x - \frac{2x-2}{5} + \frac{x+8}{6} = 7 + \frac{x-1}{3}$

f) $\frac{2(x-3)}{7} - x + 2 = \frac{13x+4}{21}$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $2x(x-3) + 5(x-3) = 0$

b) $(x^2 - 4) - (x-2)(3-2x) = 0$

c) $(2x+5)^2 = (x+2)^2$

d) $x^2 - 5x + 6 = 0$

e) $(x+3)^2 + (x-2)^2 = 2x^2 + 2x + 13$

f) $2x^3 + 6x^2 = x^2 + 3x$

m) $(x-1)(4x+3) + 2x = 2$

n) $x^2 - (x+2)(x-2) = 2x$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{1}{x+1} - \frac{5}{x-2} = \frac{15}{(x+1)(2-x)}$

b) $\frac{x-1}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{5x-2}{4-x^2}$

c) $\frac{x+3}{x+1} - \frac{x}{x-1} = \frac{2x-4}{1-x^2}$

d) $\frac{1}{x-1} - \frac{3x^2}{x^3-1} = \frac{2x}{x^2+x+1}$

e) $\frac{7}{8x} + \frac{5-x}{4x^2-8x} = \frac{x-1}{2x(x-2)} + \frac{1}{8x-16}$

f) $|2x-6|-1 = x$

Bài 4. Giải các bất phương trình sau rồi biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $(x-3)^2 < x^2 - 5x + 4$

b) $(x-3)(x+3) < (x+2)^2 + 3$

c) $\frac{4x-5}{3} > \frac{7-x}{5}$

d) $\frac{2x+1}{2} + 3 \geq \frac{3-5x}{3} - \frac{4x+1}{4}$

f) $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

g) $x^3 - 2x^2 + 3x - 6 < 0$

h) $\frac{x+2}{x^2+2x+1} \geq 0$

i) $\frac{x-1}{x-3} > 1$

Bài 5. Cho biểu thức $A = \left(\frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{2}{x-2} \right) : \left(1 - \frac{x}{x+2} \right)$

a) Rút gọn A.

b) Tính giá trị của A khi $x = -4$.

c) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{2}$

d) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$.

Bài 6. Cho hai biểu thức $A = \frac{x+2}{x-5}$ và $B = \frac{3}{x+5} + \frac{20-2x}{x^2-25}$ với $x \neq 5$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = -2$;

2. Chứng minh $B = \frac{1}{x-5}$

3. Tìm tất cả giá trị của x để $M > 1$ biết $M = A : B$.

Bài 7. Cho hai biểu thức $A = \frac{x+1}{x+2}$ và $B = \frac{3}{x-1} - \frac{x+5}{x^2-1}$ với $x \neq 1$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$;

2. Chứng minh $B = \frac{2}{x+1}$;

3. Biết $P = A \cdot B$ Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = 3$.

Dạng 2: Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bài 1. Tìm số có hai chữ số biết tổng chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị bằng 14. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì được một số mới nhỏ hơn số đã cho là 36.

Bài 2. Hiện nay cha gấp 3 lần tuổi con. Con tính rằng: 2 năm nữa tổng số tuổi hai cha con là 60. Tính tuổi cha và con hiện nay?

Bài 3. Một tổ may áo theo kế hoạch mỗi ngày phải may 30 áo. Tổ đã may mỗi ngày 40 áo nên đã hoàn thành trước thời hạn 3 ngày, ngoài ra còn may thêm được 20 chiếc áo nữa. Tính số áo mà tổ đó phải may theo kế hoạch.

Bài 4. Một đội đánh cá dự định mỗi tuần đánh bắt 20 tấn cá, nhưng mỗi tuần đã vượt mức 6 tấn nên chẳng những hoàn thành kế hoạch sớm một tuần mà còn vượt mức đánh bắt 10 tấn. Tính mức cá đánh bắt theo kế hoạch?

Bài 5. Một tổ sản xuất phải làm được 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất quy định. Sau khi làm xong 400 sản phẩm tổ sản xuất tăng năng suất lao động, mỗi ngày làm tăng thêm 10 sản phẩm so với quy định. Vì vậy mà công việc được hoàn thành sớm hơn quy định một ngày. Tính xem, theo quy định, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm.

Bài 6. Lúc 6 giờ, một ô tô xuất phát từ A đến B với vận tốc trung bình 40km/h. Khi đến B, người lái xe làm nhiệm vụ giao nhận hàng trong 30 phút rồi cho xe quay trở về A với vận tốc trung bình 30km/h. Tính quãng đường AB, biết rằng ô tô về đến A lúc 10 giờ cùng ngày.

Bài 7. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24km. Một giờ sau, một người đi xe máy từ A và đến B trước người đi xe đạp 20 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết vận tốc của xe máy gấp 3 lần vận tốc xe đạp.

Bài 8. Hai người đi xe đạp cùng lúc, ngược chiều nhau từ hai địa điểm A và B cách nhau 42km và gặp nhau sau 2 giờ. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng người đi từ A mỗi giờ đi nhanh hơn người đi từ B là 3km.

Bài 9. Hai tổ sản xuất phải dệt 140 áo len. Trong thực tế tổ 1 đã vượt mức 10% kế hoạch của mình, tổ 2 vượt mức 5% kế hoạch của mình nên cả hai tổ đã dệt được 150 áo len. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ phải dệt được bao nhiêu áo len?

Bài 10. Một ca-no xuôi dòng từ A đến B hết 1h 20 phút và ngược dòng hết 2h. Biết vận tốc dòng nước là 3km/h. Tính vận tốc riêng của cano?

Bài 11. Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 80m. Nếu giảm chiều rộng 3m và tăng chiều dài 8m thì diện tích tăng thêm 32m^2 . Tính kích thước miếng đất.

Dạng 3: Hình Học:

Bài 1. Cho góc xAy. Trên tia Ax lấy 2 điểm B và C sao cho $AB = 8\text{cm}$, $AC = 15\text{cm}$. Trên tia Ay lấy 2 điểm D và E sao cho $AD = 10\text{cm}$, $AE = 12\text{cm}$.

- CMR: $\triangle ABE$ và $\triangle ADC$ đồng dạng, tính tỉ số đồng dạng
- CMR: $AB \cdot DC = AD \cdot BE$;
- Tính DC, biết $BE = 10\text{cm}$;
- Gọi I là giao điểm của BE và CD. CMR: $IB \cdot IE = ID \cdot IC$.

Bài 2. Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BF, CE cắt nhau tại H. Tia AH cắt BC tại D.

- Chứng minh: $\triangle AEC$ và $\triangle AFB$ đồng dạng;
- Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$ rồi từ đó suy ra $\triangle AEF$ đồng dạng với $\triangle ACB$.
- Chứng minh: $\triangle BDH$ đồng dạng $\triangle BFC$ và $BH \cdot BF + CH \cdot CE = BC^2$
- Vẽ $DM \perp AB$ tại M, $DN \perp AC$ tại N. Chứng minh $MN \parallel EF$.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại B, đường cao BH. Cho $AB = 15\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$.

- Chứng minh: $\triangle CHB$ và $\triangle CBA$ đồng dạng, tính tỉ số đồng dạng.
- Chứng minh: $AB^2 = AH \cdot AC$
- Tính độ dài AC, BH.
- Kẻ $HK \perp AB$ tại K, $HI \perp BC$ tại I. Chứng minh $\triangle BKI$ và $\triangle BCA$ đồng dạng.

Bài 4. Cho tam giác ABC, góc B là góc tù. Kẻ BI vuông góc với AC tại I, kẻ CE vuông góc với AB tại E.

- Chứng minh: tam giác AIB đồng dạng với tam giác AEC.
- Chứng minh: tam giác AIE đồng dạng với tam giác ABC.
- Đường thẳng a qua đỉnh A song song với cạnh BC. Kẻ CF vuông góc với đường thẳng a tại F. Chứng minh: $AB \cdot AE + AF \cdot CB = AC^2$.

Bài 5. Cho hình chữ nhật ABCD có các cạnh $AB = 4\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$. Qua B vẽ đường thẳng vuông góc với BD cắt DC tại E.

- Chứng minh tam giác BDC đồng dạng với tam giác EDB, từ đó suy ra $DB^2 = DC \cdot DE$;
- Tính DB, CE;
- Vẽ CF vuông góc với BE tại F. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Nối OE cắt CF tại I và cắt BC tại K. Chứng minh I là trung điểm của đoạn CF.

Bài 6: Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Đường vuông góc AB tại B và đường vuông góc với AC tại C cắt nhau tại K. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng:

- Chứng minh $\triangle ADB$: $\triangle AEC$ và $\triangle AED$: $\triangle ACB$;
- Chứng minh: $HE \cdot HC = HD \cdot HB$;
- Chứng minh H, M, K thẳng hàng và góc AED bằng góc ACB.
- AH cắt BC tại O. Chứng minh: $BE \cdot BA + CD \cdot CA = BC^2$.
- Chứng minh $\frac{HO}{AO} + \frac{HD}{BD} + \frac{HE}{CE} = 1$;

Bài 7. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = 12\text{cm}$, $AD = 16\text{cm}$, $AA' = 25\text{cm}$.

- Chứng minh $ACC'A'$, $BDD'B'$ là các hình chữ nhật.

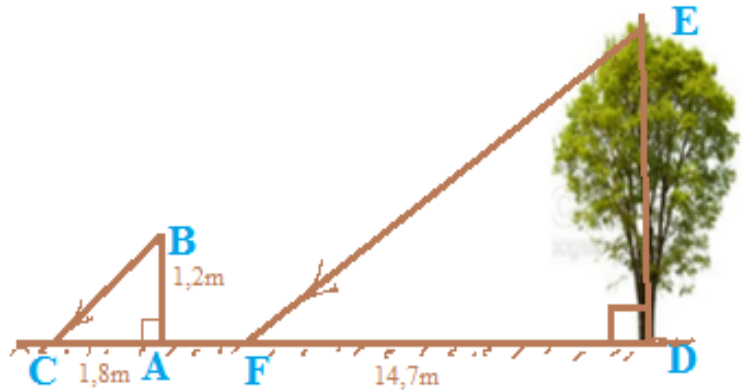
b) Chứng minh $BD^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$.

c) Tính thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Bài 8. Cần bao nhiêu tôn để làm một cái thùng có dạng hình hộp chữ nhật có chiều cao 90cm và đáy là một hình vuông có diện tích 2500cm^2 (không kể diện tích các chỗ ghép và nắp thùng).

Bài 9. Một bể bơi hình hộp chữ nhật dài 12m, rộng 4,5m, nước cao 1,5m. Tính thể tích nước trong bể?

Bài 10. Để phòng chống tình trạng cây xanh bị gãy, đổ trong mùa mưa. Công ty Cây Xanh quyết định sẽ cắt bỏ bớt cành và ngọn của những cây có chiều cao vượt quá 10 m. Biết rằng tại một thời điểm trong ngày, khi một cái cột thẳng đứng cao 1,2 m đổ bóng dài 1,8 m trên mặt đất thì người ta đo được một cái cây đổ bóng dài 14,7 m (xem hình vẽ). Hỏi theo tiêu chí đặt ra của công ty Cây Xanh, cây này có bị cắt tỉa hay không? Tại sao?



Dạng 4: Một số bài tập nâng cao.

Bài 1. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

1) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

3) $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}$ ($a > 0; b > 0$)

2) $(ax+by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$

4) $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} \geq \frac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$ ($a > 0; b > 0; c > 0$)

Bài 2. Cho $A = \frac{2a-b}{3a-b} + \frac{5b-a}{3a+b}$.

Tính giá trị của biểu thức A, biết $b > a > 0$ và $10a^2 - 3b^2 + ab = 0$.

Bài 3. Tìm GTLN, GTNN (nếu có) của các biểu thức sau:

1) $A = \frac{6}{4x^2 + 4x + 3}$

2) $B = \frac{-4}{6 + 4x + x^2}$

3) $C = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 2x + 1}$ (cho $x \neq 1$)

4) $D = x + \frac{1}{x}$ ($x \geq 4$)

5) $Q = \frac{12x + 34}{x^2 + 2}$

6) $E = |x-1| + 2|x-2| + |x-3| + 4$

Bài 4: Cho $x > 0; y > 0$ thỏa mãn $x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy} + 4xy$$

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 8 = 0$.

b) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 = 0$