

Bài 8: Trên một khúc sông, một ca nô chạy xuôi dòng 80km, sau đó chạy ngược dòng 80km hết tất cả 9 giờ. Cũng khúc sông ấy ca nô chạy xuôi dòng 100km sau đó chạy ngược dòng 64km cũng hết tất cả 9 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước.

Bài 9: Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở 120 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đội được bổ sung thêm 5 xe nữa cùng loại. Nhờ vậy, so với ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe? Biết khối lượng mỗi xe phải chở như nhau.

Bài 10: Để hoàn thành một công việc hai tổ phải làm chung trong 6h. Sau 2h làm chung thì tổ hai bị điều đi làm việc khác, tổ một đã hoàn thành nốt công việc còn lại trong 10h. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

Bài 11: Hai tổ công nhân làm chung 12 giờ sẽ hoàn thành công việc đã định. Hai tổ công nhân làm chung với nhau trong 4 giờ thì tổ thứ nhất được điều đi làm việc khác tổ thứ hai làm nốt công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi tổ thứ hai làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành?

Bài 12: Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 6 và nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị.

Bài 13: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m. Nếu giảm chiều rộng đi 4m và giảm chiều dài đi 5m thì diện tích mảnh đất giảm đi $180m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.

Bài 14: Theo kế hoạch, trong quý 1, phân xưởng A phải sản xuất nhiều hơn phân xưởng B 200 sản phẩm. Khi thực hiện phân xưởng A tăng năng suất 20%, phân xưởng B tăng năng suất 15% nên phân xưởng A sản xuất nhiều hơn phân xưởng B 350 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch thì mỗi phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài 15: Hai Trường THCS A và B có 420 học sinh thi đỗ vào lớp 10, đạt tỉ lệ 84%. Tính riêng trường A có tỉ lệ đỗ là 80%. Tính riêng trường B có tỉ lệ đỗ là 90%. Tính số học dự thi của mỗi trường.

Dạng III: CÁC BÀI TOÁN VỀ HÀM SỐ - PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Bài 16: Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng $y = mx + m + 1$

- Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B
- Gọi x_1 và x_2 là hoành độ của A và B. Tìm m để $|x_1 - x_2| = 2$
- Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm nằm cùng bên trái của trục tung.

Bài 17: Cho phương trình $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 3m + 2 = 0$, m là tham số

- Giải phương trình trên khi $m = 1$
- Xác định m để phương trình có một nghiệm là 2. Khi đó phương trình còn một nghiệm nữa, tìm nghiệm đó?
- CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 1$
- Xác định m để phương trình có nghiệm này bằng 3 nghiệm kia.

Bài 18: Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - m = 0$, m là tham số

- CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.
- Với $m \neq 0$. Hãy lập phương trình ẩn y có hai nghiệm là $y_1 = x_1 + \frac{1}{x_2}$ và $y_2 = x_2 + \frac{1}{x_1}$

- c) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 3$
 d) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm.

Bài 19: Cho phương trình $x^2 - 2(k+3)x + 2k - 1 = 0$, k là tham số

- a) Giải phương trình khi $k = \frac{1}{2}$
 b) Tìm k để phương trình có một nghiệm là 3, rồi tìm tiếp nghiệm còn lại.
 c) CMR phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi k
 d) CMR giữa tổng và tích các nghiệm có một sự liên hệ không phụ thuộc k?
 e) Tìm k để phương trình x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{3}{x_1 x_2} = 2$
 f) Tìm k để tổng bình phương các nghiệm có giá trị nhỏ nhất.

Bài 20: Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 1 = 0$, m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{5}$.

Bài 21: Cho phương trình $x^4 - 2x^2 + m - 2 = 0$, m là tham số

- a) Giải phương trình khi $m = -1$
 b) Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt

Bài 22: Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{3}{2}x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = \frac{1}{2}x - 2$ có đồ thị (d).

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ
 b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)
 c) Không tính, hãy so sánh $f(-2)$ và $f(-3)$; $f(1-\sqrt{2})$ và $f(\sqrt{3}-2)$

Bài 23: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = 2x - \frac{3}{2}$

- a) Vẽ (d) và (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy
 b) Tìm tọa độ giao điểm A và B của (d) và (P). Tính chu vi $\triangle AOB$
 c) Tìm tọa độ giao điểm C thuộc Ox để chu vi $\triangle ABC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 24: Cho parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$

- a) Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc là k là đi qua $M(1,5; -1)$
 b) Tìm k để đường thẳng (d) và parabol (P) tiếp xúc nhau
 c) Tìm k để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Bài 25: Cho hàm số (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và (d): $y = \frac{1}{2}x + m$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ với $m = 1$
 b) Tìm tọa độ giao điểm A và B của (P) và (d) với $m = 1$

- a) Chứng minh rằng AHEK là tứ giác nội tiếp.
- b) Chứng minh $CA \cdot CK = CE \cdot CH$.
- c) Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia MK tại F. Chứng minh ΔNFK cân.
- d) Giả sử $KE = KC$. Chứng minh $OK \parallel MN$.

Bài 34: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Đường cao AD, BE cắt nhau tại H, kéo dài BE cắt đường tròn (O;R) tại F.

- a) Chứng minh tứ giác CDHE nội tiếp được một đường tròn.
- b) Chứng minh tam giác AHF cân.
- c) Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Chứng minh: ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCDE .
- d) Cho BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$. Xác định vị trí của A trên (O) để DH.DA lớn nhất.

Bài 35: Cho đường tròn tâm O bán kính R có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau. Lấy điểm M bất kì thuộc đoạn OA ($M \neq O, A$). Tia DM cắt đường tròn (O) tại N.

- a) Chứng minh rằng bốn điểm O, M, N, C cùng thuộc một đường tròn.
- b) Chứng minh rằng $DM \cdot DN = DO \cdot DC = 2R^2$.
- c) Đường tròn tâm M bán kính MC cắt AC, CB lần lượt tại E, F. Chứng minh ba điểm E, M, F thẳng hàng và tổng $CE + CF$ không đổi khi M di động trên OA.

Bài 36: Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn (O;R). Qua điểm M bất kỳ thuộc nửa đường tròn này kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax, By lần lượt ở E và F. Nối AM cắt OE tại P, nối MB cắt OF tại Q. Hạ MH vuông góc với AB tại H.

- a) Chứng minh 5 điểm M, P, H, O, Q cùng nằm trên một đường tròn.
- b) Chứng minh rằng: $AE \cdot BF = R^2$.
- c) Gọi K là giao điểm của MH và BE. Chứng minh rằng $MK = KH$.

Bài 37: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp (O;R). H là trực tâm của tam giác ABC. Từ B đường thẳng song song với HC, từ C kẻ đường thẳng song song với HB, hai đường thẳng này cắt nhau tại D. Chứng minh:

- a) Tứ giác ABDC nội tiếp và AD là đường kính của (O;R).
- b) $\widehat{BAH} = \widehat{CAO}$
- c) Gọi E là giao điểm của BC và HD, G là giao điểm của AE và OH. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC.
- d) Cho $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính diện tích hình quạt tròn COD (ứng với cung nhỏ CD).

Bài 38: Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn. Trên tia Ax lấy điểm K ($AK \geq R$). Qua K kẻ tiếp tuyến KM tới đường tròn (O). Đường thẳng d vuông góc với AB tại O, d cắt MB tại E.

- a) Chứng minh KAOM là tứ giác nội tiếp;
- b) OK cắt AM tại I, chứng minh OI.OK không đổi khi K chuyển động trên Ax;
- c) Chứng minh: KAOE là hình chữ nhật;
- d) Gọi H là trực tâm tam giác KMA. Chứng minh rằng khi K chuyển động trên Ax thì H luôn thuộc một đường tròn cố định.

VII. MỘT SỐ BÀI TOÁN NÂNG CAO:

Bài 39: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x - x^2 + 1} = x^2 - x + 2$

b) $x^2 - 5x + 14 = 4\sqrt{x+1}$

c) $\sqrt{x-2} + \sqrt{6-x} = \sqrt{x^2 - 8x + 24}$

d) $x^2 + 2x + 2 = (2x+1)\sqrt{x+1}$

e) $x^3 + 6x^2 + 5x - 3 - (2x+5)\sqrt{2x+3} = 0$

f) $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}) = 3$

Bài 40: Cho $x > 0$. Tìm GTNN của biểu thức A: $A = 4x + \frac{1}{4x} - \frac{4\sqrt{x+3}}{x+1} + 2016$

Bài 41: Cho $x, y > 0$. Tìm GTLN của biểu thức: $B = \frac{x+y}{\sqrt{x(3x+y)} + \sqrt{y(3y+x)}}$

Bài 42: Cho $x + y = 1$, chứng minh $x^4 + y^4 \geq \frac{1}{8}$.

Bài 43: Tìm GTNN của biểu thức $M = x^2 + y^2 - xy - 3x - 3y + 1010$

Bài 44: Tìm GTLN, GTNN của $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$

Bài 45: Cho $a, b, c > 0, a + b + c = 6$. Tìm GTLN của biểu thức:

$$S = \sqrt{a^2 + 4ab + b^2} + \sqrt{b^2 + 4cb + c^2} + \sqrt{c^2 + 4ac + a^2}$$

Chúc các con ôn tập tốt và đạt kết quả cao trong kỳ thi sắp tới!